

Sapere, conoscere, lavoro in didattica della matematica: un contributo alla teoria dell'oggettivazione¹

Bruno D'Amore

DIE, Doctorado Interinstitucional en Educación,
Universidad Distrital Francisco J. de Caldas, Bogotá

Sunto / La teoria dell'oggettivazione, proposta da Luis Radford, in molti casi usa termini che sono utilizzati anche in altre aree filosofiche, a volte con significati differenti. Ciò rende necessaria una riflessione sulla terminologia adottata in questa teoria, prima di analizzare la sua relazione con l'uso che si fa degli stessi termini in altre aree. In quest'articolo si offre una breve discussione su questa terminologia, che deve essere interpretata come un contributo allo sviluppo di questa stessa teoria.

Parole chiave: teoria dell'oggettivazione; sapere; conoscenza; lavoro.

Abstract / The Objectification Theory, proposed by Luis Radford, often uses terms that are also used in other philosophical areas, sometimes with different meanings, making it necessary to reflect on the terminology used in this theory as a prelude to the use made of the same terms in other areas. This paper offers a brief discussion of this terminology, which should be interpreted as a contribution to the development of the theory.

Keywords: objectivation theory; knowing; understanding; working.

1 Premessa

I contributi alla didattica della matematica apportati da Luis Radford e i suoi allievi e collaboratori negli ultimi 10-15 anni hanno favorito nell'area della didattica della matematica una riflessione profonda su alcuni aspetti che in molte ricerche precedenti non si problematizzavano o si consideravano già acquisiti o, in alcuni casi, si ignoravano completamente (mi limito a scegliere come riferimenti: Radford, 1997, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2013a); questi studi hanno portato anche a discussioni rilevanti su alcuni temi classici della ricerca in didattica della matematica (D'Amore, Radford & Bagni, 2007).

1. Articolo già pubblicato in lingua spagnola: D'Amore, B. (2015). Saber, conocer, labor en didáctica de la matemática: una contribución a la teoría de la objetivación. In: L. Branchetti (Ed.). *Teaching and Learning Mathematics. Some Past and Current Approaches to Mathematics Education*, pp. 151-171. Isonomia, On-line Journal of Philosophy — Epistemologica. University of Urbino Carlo Bo. <http://isonomia.uniurb.it/epistemologica/> <http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/863%20Articolo%20Isonomia%20espanol.pdf>. Si ringrazia l'editor PhD Laura Branchetti per la concessione fatta di poter ripubblicare l'articolo nella sua versione italiana.

La possibilità di leggere/studiare molti dei suoi recenti lavori, di partecipare a incontri, convegni e dibattiti, di seguire tesi di dottorato su questo tipo di tematiche, mi ha portato ad alcune riflessioni che desidero fare pubbliche mediante questo testo.

Si tratta, soprattutto, di esaminare alcune parole chiave della teoria dell'oggettivazione, discutendone il significato da un punto di vista filosofico e sociologico, mostrandone la complessità e i differenti significati con cui talvolta sono utilizzate anche nella ricerca e nella comunicazione della stessa. Questo al fine di contribuire al dibattito internazionale in corso sopra la suddetta teoria (anche approfittando, cosa che faccio sporadicamente e senza esplicitarlo, di studi personali in discipline differenti dalla matematica e dalla didattica, soprattutto di filosofia e di pedagogia), ma anche come strumento interpretativo per chi si avvicinasse a tali studi da non esperto.

La ragione che mi ha portato allo studio attuale è emersa dopo aver partecipato, dal 7 al 10 gennaio 2014, a un convegno solo in parte presenziale dove si è discusso su ricerche realizzate utilizzando come quadro teorico la teoria dell'oggettivazione. Ogni volta che ascoltavo i differenti interventi, sentivo la necessità impellente di approfondire in maniera critica alcuni dei temi trattati, non tanto per motivi di semplificazione concettuale, ma (al contrario!) per la necessità di evidenziare le complessità che si nascondevano; e anche con l'obiettivo di ridurre, limare e diminuire certe dissonanze apparenti con altre teorie e altre interpretazioni, provando a cercare radici comuni.

La teoria dell'oggettivazione rientra fra le teorie cosiddette socioculturali; in generale, in esse si suppone che la conoscenza sia generata dagli individui nel corso di pratiche sociali costruite storicamente e culturalmente. La produzione di conoscenza non dipende dunque da esigenze di adattamento, ma è incorporata in forme culturali di pensiero, relazionate con una realtà simbolica e materiale che offre le basi per interpretare, comprendere e trasformare il mondo degli individui, i concetti e le idee che essi si formano a proposito di detta realtà. L'apprendimento è la realizzazione di una conoscenza culturalmente oggettiva che gli studenti ottengono attraverso un processo sociale di oggettivazione mediato per mezzo di segni, linguaggi, artefatti e interazioni sociali, quando gli studenti si impegnano in forme culturali di riflessione e di azione.

Rispetto ai paradigmi precedenti, quello delle teorie socioculturali è una vera e propria rottura; si tratta infatti di interpretare in forma decisamente nuova le idee di conoscenza e sapere. Secondo le teorie socioculturali, il concetto di adattamento come forma di apprendimento non è sufficiente per intendere nel profondo l'idea di produzione di conoscenza o di appropriazione di conoscenza (l'apprendimento). Secondo queste teorie la conoscenza non è il risultato di strutture di carattere epistemico che trascendono la cultura, ma è essa stessa una forma culturale, costituita da riflessioni e azioni incorporate nelle stesse pratiche sociali, con la mediazione del linguaggio, dovuta all'interazione sociale, grazie all'uso di segni e alla creazione di opportuni artefatti (Radford, 2011).

La teoria dell'oggettivazione, in particolare, si basa sull'idea considerata fondamentale che l'apprendimento è allo stesso tempo conoscere e divenire, cioè non può essere circoscritto al solo ambito della conoscenza ma deve affrontare l'ambito dell'essere, quello specifico dei soggetti. Lo scopo dell'educazione matematica è uno sforzo dinamico, politico, sociale, storico che spinge i soggetti riflessivi ed etici alla creazione

dialettica relativamente a discorsi tematici e pratiche di carattere matematico che si costituiscono storicamente e culturalmente, discorsi e pratiche che sono in continua evoluzione. Le basi filosofiche di questa posizione possono essere rintracciate nei lavori del filosofo tedesco Georg Wilhelm Friedrich Hegel e nei successivi sviluppi dovuti a Karl Marx e a tutta la tradizione cosiddetta dialettica, Evald Ilyenkov, Boris Mikhailov, Lev Semënovič Vygotskij, per esempio (Radford, 2006; D'Amore & Radford, 2017).

2 Sapere e ontologia

Si tratta di una delle parole di maggiore uso in didattica, in tutte le didattiche. «Lo studente acquisisce *sapere*», «Come si costruisce il *sapere*», «Come si trasmette il *sapere*», ecc., sono temi che hanno visto interpretazioni diverse da parte di celebri autori che non vale la pena ricordare qui in maniera pedante.

Ho trovato sempre affascinante il fatto che la radice linguistica europea di “sapere”, *sap*, riunisce tanto il sentire sapore quanto l’aver saggezza o senso, condivisa anche da altre radici linguistiche. L’aver saggezza o senso (alcuni parlano di conoscenza) e il sentire sapore sono le origini ancestrali di quella idea tanto sofisticata che oggi si chiama *sapere*; questo fatto esalta il senso stesso che sta all’origine delle parole: il senso del gusto è legato alla capacità di conoscere e distinguere tra le conoscenze per scegliere quelle più adatte alle situazioni (che è il senso o che esprime l’aver saggezza).

Il sapere, però, porta inevitabilmente allo studio preliminare dell’essere in sé e a riflettere, per questo porta all’ontologia.

Si legge in un passo molto conosciuto di Parmenide (da: *Sulla natura*, fr. 2, vv 3 - 5; Diels & Kranz, 1903-1952): «l’essere è eterno; perché, se non fosse eterno, esisterebbe qualcosa prima dell’essere, il che è contraddittorio.»

In questa considerazione si condensa metà della storia della filosofia. Il discorso sull’essere porta al dibattito: “mondo eterno versus mondo creato” e al tema di “Dio”. Ma Dio è dentro l’essere, dando ragione a Baruch Espinoza; oppure, come distinguere un essere che è un Dio da un essere che non è Dio? Tutte le prove dell’esistenza di Dio hanno una certa coerenza logica, ma hanno anche un evidente *non sequitur*; per esempio, passando da movimento a movimento si trova un movimento, non un essere divino. Così, passando di causa in causa, eccetera. Per esempio, Tommaso D’Aquino (nella *Summa Theologiae*, I, q: Tommaso D’Aquino, 1990) conclude, dalla sua famosa catena dell’essere, che esiste qualcuno onnipotente, onnisciente, ecc., *a priori*; conclusione gratuita, con una pericolosa assunzione implicita: che la forma di vita più elevata possibile sia l’essere-persona. Questo coincide con la nostra esperienza: le piante si adattano meglio alla vita, una sequoia vive mille anni o più, ma la percepiamo come un essere inferiore a noi. In conclusione, la forma di vita suprema ha intelletto, coscienza, volontà ecc. E così noi riversiamo questa conclusione sulla nostra idea di Dio.

Però, è necessario che sia così? Non potremmo essere noi i vermi piatti, che non percepiscono la terza dimensione? Siamo e sappiamo, o solamente siamo? Sarebbe possibile sapere senza essere?

Altra domanda fondamentale, espressa esattamente con le parole di Leibniz: *pourquoi il y a plus tôt quelque chose que rien?* (Leibniz, 1714); e cioè la fondamentale domanda metafisica: *Cur est aliquid?* È la domanda di tutto il sapere, alla cui risposta ci aiuta nuovamente Parmenide, nella sua profonda schematicità: perché il niente, essendo esattamente ciò, non può essere. E così torniamo a: «l'essere è, il non essere non è», che appare ora molto meno ovvio. Il niente non può essere senza convertirsi in qualcosa.

Essere, sapere, conoscere costituiscono pertanto una successione causale. Noi, i docenti, i nostri alunni, siamo, sappiamo, conosciamo in forma indistinguibile.

3 Conoscere e gnoseologia

Fatto un rapido riferimento al problema ontologico, voglio concentrarmi ora sull'aspetto gnoseologico, o della conoscenza. Inutile dire che tra i due esiste una correlazione molto forte, si potrebbe dire che sono omozigoti; però sono comunque due e non uno. Parto da alcune tesi ovvie.

La prima contrapposizione di base, di tipo analogo a quella fondamentale tra protozoi e metazoi di Linneo, è tra, per così dire, i dogmatici e gli scettici, cioè tra coloro che considerano che la conoscenza possa darsi, e coloro che lo negano (ovviamente il termine "dogmatico" deve essere considerato in un'accezione particolare che emergerà nel contesto di questo stesso lavoro). La conoscenza è e può essere acquisita; la conoscenza è, ma rimane al di fuori di noi.

Facciamo esempi riferendoci alla filosofia antica.

Esempi del primo tipo: Socrate, Platone, Aristotele (cioè la linea "vincente"); del secondo tipo: Protagora, Gorgia da Lentini, Pirro di Epiro.

L'argomento principale dei primi contro i secondi è: se la conoscenza non esiste, tu come fai a saperlo?, ossia un uso filosoficamente interessante della *consequentia mirabilis*.² Questo metodo deduttivo appare in un famoso passo del *Teeteto* (Vailati, 1911) e nella *Metafisica* di Aristotele (in cui la *consequentia* a parer mio non è esplicita ma sottintesa, al contrario di ciò che si afferma in Łukasiewicz, 1951); che si può esprimere come segue: se lo scettico nega tutto, compreso il significato, allora non sta dicendo niente che abbia senso, pertanto il *phytòs estì*, è come una pianta, vegeta in uno stato pre-umano.

2. La *consequentia mirabilis* è la formulazione di uno speciale principio di dimostrazione per assurdo che è chiamato anche "principio di Clavio" da Jan Łukasiewicz (1970), la cui formulazione è data generalmente dalla seguente forma: $(\neg T \rightarrow T) \rightarrow T$. In realtà essa deve essere espressa metalinguisticamente per formulare un'interessante deduzione (usata da Girolamo Saccheri e Georg Cantor, tra gli altri), che è quella che l'ha resa celebre: se da $\neg T$ si può dedurre T, allora T. C'è chi ha voluto vedere questa deduzione già in Aristotele, altri in Platone, altri in Sesto Empirico. Una dettagliata dissertazione storico-logico-analitica relativa a questa deduzione si trova in D'Amore e Matteuzzi (1972).

L'argomento tipico dei secondi si articola in due parti: negazione della conoscenza razionale (che porta a paradossi, antinomie e sofismi molto conosciuti), e negazione della conoscenza sensibile (i sensi ci ingannano, gli esempi sono numerosi a partire dai paradossi di Zenone).³

Una volta accettata la prima tesi, cioè che la conoscenza si possa trasmettere, la domanda seguente è sul "come", e qui le soluzioni sono diverse, interessantissime per i nostri studi specifici in didattica della matematica. Voglio procedere in modo tassonomico, seguendo gli schemi classici.

Se si trasmette, si trasmette *a priori* o *a posteriori*? Nel primo caso abbiamo l'innatismo, per esempio l'anamnesi di Platone (molto conosciuto il fenomeno di reminiscenza descritto nel *Menone*, nel *Fedro* e in altri *Dialoghi*; si veda Platone, 1997), per citare il caso tipico; nel secondo abbiamo l'empirismo, il *nihil est in intellectu quod prius non fuerit in sensu*, assioma della filosofia scolastica, fatto proprio fino a convertirlo in un caso paradigmatico da John Locke (1690) (ma in egual maniera si può attribuire a qualsiasi filosofo anglosassone (Williams, Montefiore, 1966; Turco, 1974)).

Tra gli aprioristi, dobbiamo distinguere tra chi considera come criterio di conoscenza l'intuizione o (*vel*) l'evidenza; qui possiamo trovare Platone e la sua *noesis*, che è sulla *dianoia*, o conoscenza logica razionale (D'Amore, Fandiño Pinilla Iori, 2013, pp. 86-87), che è tornata prepotentemente alla ribalta negli anni '90 dello scorso secolo grazie alle proposte rivoluzionarie di Raymond Duval (1993, 1995); ma forse l'apriorista più paradigmatico a favore della intuizione e della evidenza fu René Descartes (1637), con il suo criterio delle idee chiare e distinte, che dà precisamente, come paradigma dell'evidenza, il famoso *cogito*.

All'altro estremo, quello di chi sostiene l'*a posteriori*, troviamo quelli che potremmo chiamare logicisti, per i quali il raziocinio è sul gradino più alto, o anche la logica stessa. Cioè, per esempio, Aristotele e Leibniz. Per Leibniz, infatti, tutto è analitico, tutta la verità ha la sua base in un principio logico di identità, almeno per una mente perfetta; pertanto le cose che per noi sono empiriche, sono tali perché non le sappiamo "calcolare" (cioè derivarle da un *calculus ratiocinator*; si veda D'Amore, 2001b), ma non sono empiriche per Dio.

Qui l'innatismo assume una forma molto attenuata: possiamo anche non avere idee innate (come pensano, invece, Platone e Cartesio) ma abbiamo già dalla nascita, in quanto essere umani, almeno le *facoltà*, la capacità intellettuale; questa è la potente risposta di Leibniz a Locke nei *Nuovi saggi sull'intelletto umano* (1704): *nihil est in intellectu quod prius non fuerit in sensu*, niente è nella mente che prima non sia stata nei sensi, *nisi intellectus ipse*, se non l'intelletto stesso. In altre parole: se la mente nel momento della nascita fosse una *tabula rasa*, non si vedrebbe il perché i gatti non potrebbero arrivare a conoscere; alla nascita il bambino e il gatto hanno una mente vuota di contenuti empirici, ma il primo ha la capacità formale di organizzarla secondo la logica.

3. Le interpretazioni dei paradossi di Zenone possono essere a favore o contro i Pitagorici: le due versioni, sebbene siano antitetiche, sono entrambe ammissibili: si veda D'Amore, 2001a.

Dobbiamo anche fare una seconda essenziale distinzione tra i razionalisti. Dato che la conoscenza ha due poli, il soggetto che conosce e l'oggetto conosciuto, dobbiamo distinguere tra coloro che considerano il principio attivo, o criterio di verità, nel primo, e coloro che lo attribuiscono al secondo. Abbiamo così gli idealisti, nel primo caso, Fichte, Schelling, Hegel, e i realisti, Aristotele, Leibniz, Spinoza. In mezzo c'è Kant: le forme *a priori* sono nel soggetto, e costituiscono un filtro obbligato per l'oggetto, che non è conosciuto se non attraverso la sua costruzione in forma di "fenomeno" (Kant, 1781).

Nell'altro senso, gli empiristi prendono una strada diversa per recuperare il sapere formale, cioè il nominalismo. Per Locke le "verità di ragione" devono essere giustificate; il che non significa non credere nella matematica, ovviamente, ma che le verità della matematica hanno a che fare con i numeri puri, cioè oggetti inesistenti, non le cose, le *res*. Da qui si spiega la grande tradizione di studi di logica degli anglosassoni, dei *calculatori* da Cambridge fino a Boole.

Questo tentativo personale di sintesi appare ovvio e grossolano, ma è uno scheletro su cui si può ragionare in ambito didattico, che è ciò che ci interessa. Vediamo come.

1. Conoscenza ed ermeneutica

La conoscenza non è una banale duplicazione del mondo, come voleva un particolare tipo di positivismo o il neo-empirismo logico: eliminando il pensiero, avremmo due mondi e non uno e, semplicemente, ci saremmo certamente complicati la vita. (Per me furono fondamentali in questo campo gli studi delle seguenti opere: Santucci, 1970 e Pasquinelli, 1969).

Prendiamo ad esempio la conoscenza storica. Per un positivista la storia è il passato più il pensiero dello storico, con quest'ultimo che tende a zero; ma così il risultato sarebbe una cronaca, non la storia. Al contrario, la conoscenza storica è il passato più un'ermeneutica. Pertanto, la conoscenza deve essere uno schema concettuale progettato sopra il reale, non un secondo reale, ipotesi inutile, secondo me. Questo riferimento all'ermeneutica ci porta all'interno di riflessioni che già abbiamo fatto in didattica della matematica (Bagni, 2009). A pagina 20, Bagni scrive: «L'interpretazione è un momento chiave dell'avvicinarsi a un testo, a un contenuto, quindi per l'apprendimento; ma per interpretare è indispensabile avvicinarsi in qualche maniera al sapere in gioco, e questo ci porta al circolo ermeneutico. L'apprendimento è assimilabile a una costruzione più che ad una contemplazione».

2. Conoscenza e pregiudizi

Il secondo tema che dobbiamo affrontare è quello degli *idola*, nel senso baconiano, cioè i pregiudizi (Bacone, 1620). Qui mi riferisco principalmente alla conoscenza "scientifica", i cui *idola* sono le seguenti affermazioni considerate dagli ingenui come nozioni comuni o assiomi: la conoscenza scientifica è certa; la conoscenza scientifica è vera; la conoscenza scientifica è stabile.

Trovare controesempi è molto facile, specialmente per un matematico. Quanti danni fanno nel processo di insegnamento-apprendimento questi assiomi-*idola*...!

Pertanto, dall'aporia della doppia anima costituita da una parte dall'aspirazione alla stabilità, e dall'altra dal "progresso" (che è di segno opposto alla certezza e alla stabilità), propongo di uscire passando a un livello più fine, cioè al concetto di teoria; come fecero i pluralisti (Empedocle, Anassagora, Democrito ecc.) per uscire dalla contrapposizione Eraclito/Parmenide. Prendiamo per esempio Democrito: gli atomi sono sempre gli stessi, e qui recupera la stabilità eleatica di Parmenide, ma si combinano continuamente in maniere differenti, e qui recupera il *panta rei* di Eraclito. Allo stesso modo, possiamo dare certezza, verità e stabilità locale, all'interno di una teoria, ma la scienza passa continuamente da una teoria a un'altra.

3. Conoscenza e individuo

Uno sviluppo dialettico futuro potrebbe essere contenuto nell'osservazione che il conoscere porta necessariamente all'epistemologia e che il conoscere ha bisogno di un discorso sull'apprendimento, il che si generalizza, a volte, nel nostro campo, con il termine "educazione". Non è possibile affrontare questo tema senza usare il termine "individuo", la storia culturale che lo definisce, l'etica che indubbiamente accompagna ognuna delle riflessioni. Apprendere è quindi la soggettivazione e la trasformazione dovute all'apprendimento e all'oggettivazione. Con l'immediata conseguenza: mentre apprendo, cambio da qualche punto di vista, ma sono sempre la stessa persona. E con me cambia chi mi insegna. E finiamo con l'essere indistinguibili tra noi rispetto alla conoscenza. Però questo punto 3 dovrà essere il tema centrale di uno sviluppo successivo.

4 Azione, lavoro, prassi

I termini che danno il titolo a questo paragrafo girano attorno all'evidenza del fatto che, in una situazione di insegnamento e apprendimento, i due poli dell'azione, ossia docente e allievo, condividono una pratica che li lega, che li modifica, con ruoli e attività non sempre distinguibili, che si basa sull'idea di *lavoro* inteso nel senso marxista del termine.

Nella sua "conferenza di Barranquilla", Luis Radford ci dà le linee guida di questa interpretazione (Radford, 2013b). Cita giustamente la *Introduzione alla critica della economia politica* di Karl Marx (Marx, 1857): «le due grandi categorie con le quali si può definire il lavoro:

- 1) le *relazioni di produzione*, cioè le forme storiche e culturali di interazione umana;
- 2) i *modi di produzione*, cioè il modo di produrre degli individui».

Non vale la pena aggiungere altro, rinviando necessariamente allo stesso testo di Radford (perfetta la citazione di Dupré che faccio mia: «Né la materia prima né gli strumenti costituiscono la forza economica fino a quando non sono integrati dentro un sistema sociale» (Dupré, 1983, p. 86)).

Da questa prospettiva storico-sociale bisogna notare la precisa e profonda critica che fa Radford all'interpretazione della funzione dell'allievo, come *proprietario privato*

che deve costruire il suo proprio sapere *negoziando* i suoi significati, e del docente che guida la costruzione dell'allievo (Radford, 2013b). Commenta Radford (2013b): «Non c'è teoria dell'educazione matematica che si sia attaccata con più forza e abbia promosso con uguale energia questi concetti come il costruttivismo nordamericano». Io voglio spingermi oltre, ma, questo sì, nella stessa direzione.

Dato che si tratta di lavoro, bisogna definire un valore, ricordando teorie economiche classiche: il valore di ogni cosa dipende dalla quantità di lavoro necessario per produrla (Adam Smith, David Ricardo, Karl Marx, solo per citare alcuni pensatori). E, per me, questo valore si basa sulla eterna dialettica tra "uomo storico" e "uomo sociale".

Per cercare un contributo a questa pista di analisi, mi servo di Friedrich Engels (1956).⁴ Perché citare proprio l'edizione italiana? Perché la terza edizione italiana di questo testo straordinario di epistemologia della scienza (marcatamente dialettica) è stata edita da un personaggio di eccezione, Lucio Lombardo Radice, matematico molto conosciuto negli ambienti italiani, politico attivo nel partito comunista, molto interessato ai problemi dell'insegnamento e dell'apprendimento della matematica e alla divulgazione della stessa.

Nell'introduzione di Lombardo Radice (Engels, 1956, p.16), si legge: «L'interesse di Marx era nettamente polarizzato verso l'*uomo storico*, l'uomo del lavoro e della produzione sociale, fino alla dialettica della prassi umana sociale».

A pagina 17: «Marx vedeva nel lavoro e nella produzione sociale un elemento del tutto nuovo e originale, rispetto ai processi naturali, che comporta un'altra dialettica. (...) Il fatto è che il primo elemento, il costituente elementare di tale dialettica, è la prassi, l'attività umana del lavoro. "Il difetto principale di ogni materialismo fino ad oggi, ... è che l'oggetto, il reale, il sensibile è concepito solo sotto forma di oggetto o di *intuizione*; ma non come attività umana sensibile, come attività pratica, non soggettivamente"» (la frase tra virgolette è presa dalla sezione di F. Engels all'interno del libro, nel capitolo: Prima tesi su Feuerbach).

A pagina 18: «Sulla "parte ottenuta dal lavoro nel processo di umanizzazione della scimmia" il lettore trova, in questa *Dialettica della Natura* di Engels, un saggio che sviluppa brillantemente e con dettaglio l'idea di Marx, che l'uomo è il risultato del suo stesso lavoro».

Su questo punto si cita un articolo di un altro intellettuale italiano, Palmiro Togliatti (Togliatti, 1954); Togliatti affermava che «un vero naturalismo e un autentico umanesimo non possono emergere se non a condizione che la realizzazione della natura umana sia intesa come il risultato di un processo» (le parole sono di Lombardo Radice, p. 18, nota 2).

4. Si tratta della celebre opera *Dialettica della Natura* che Friedrich Engels progettò come idea per la redazione di parte di un volume che non riuscì a concludere, il cui indice pare fosse stato elaborato nel 1878 una prima volta e poi nel 1880. Ma io uso l'edizione del 1956, Roma: Editori Riuniti, per un motivo preciso.

Lo stesso a pagina 21: «L'azione reciproca esclude ogni primario assoluto e ogni secondario assoluto; ma è ugualmente un processo a due facce che, per sua natura, può essere considerato da due punti di vista differenti; per poter essere compreso nel suo insieme deve precisamente essere studiato successivamente da due punti di vista opposti, prima che il risultato possa essere compreso pienamente».

Quando diciamo che l'azione del docente e dell'allievo non sono "due azioni" ma "la stessa azione", troviamo esattamente questo punto di vista; il lavoro, quello che si produce, la persona che lo produce, i vari agenti ecc., sono tutte componenti all'unisono di un'unica attività che, con una sola parola, possiamo chiamare il *lavoro*.

Vediamo che cosa dice lo stesso Engels (1956) a pagina 190: «Di fronte a tutte queste creazioni, che si presentavano come prodotti diretti della mente e che sembravano dominare le società umane, i prodotti più modesti del lavoro manuale furono relegati in secondo piano; (...). Tutto il merito dei rapidi progressi della civilizzazione fu attribuito alla mente, allo sviluppo e all'attività del cervello; (...) anche i materialisti scientifici della scuola darwiniana ancora non riescono a farsi un'idea dell'origine dell'uomo perché, essendo ancora sotto l'influenza ideologica dell'idealismo, non riconoscono la funzione che ha avuto il lavoro in quel processo».

Secondo la mia opinione è una notevole identificazione che aiuta a capire posizioni diverse, di fatto antitetiche, nel processo di lavoro in aula, ma anche nella sua interpretazione, quel "valore" su cui ho posto l'accento iniziale.

Insisto: insegnare e apprendere sono indistinguibili, il docente trasforma sé stesso nella pratica di insegnare, così come l'allievo si trasforma nell'apprendere. Queste trasformazioni si devono al lavoro posto in pratica da entrambi in maniera personale ma nel contesto sociale di pertinenza, il contesto scuola, nell'evoluzione della pratica d'aula, che è un'azione sociale (non individuale) posta in atto da tutti quelli che partecipano ad essa.

L'"oggetto" costruito in questo lavoro è preventivamente delimitato, così come lo è nel lavoro in generale; non si tratta di replicare un modello o costruirne uno nuovo, ma di avvicinare il risultato dell'azione all'obiettivo, che qualcuno chiama istituzionale (D'Amore & Godino, 2006). Non è necessario che l'oggetto matematico in costruzione preesista in qualche modo metafisico, identificabile con l'oggetto di conoscenza in gioco, è sufficiente che questa sia parte della trasposizione didattica di un oggetto istituzionale posta in opera dal docente (D'Amore, 2001c).

5 Semantica e libertà di espressione

Non si sottolinea mai abbastanza il fatto che le nostre espressioni, in ogni contesto, di fronte a un'apparente libertà, sono al contrario condizionate dai contesti di carattere antropologico e sociologico. Per dar forza a questa idea, che considero fondamentale, mi servo degli studi di Benjamin Whorf. Gli interscambi dialogici sono sempre frutto

di accordi, spesso impliciti; sto pensando a idee come «il taglio delle lingue madri», utilizzando proprio le parole di Benjamin Whorf.

È mia intenzione essere più preciso, utilizzando un'altra citazione di Whorf:

«Tutti noi conserviamo un'illusione sull'atto di parlare, l'illusione che il parlare sia libero da obblighi, che è spontaneo, e che semplicemente "esprima" qualsiasi cosa che desideriamo esprimere. Questa apparenza illusoria deriva dal fatto che i fenomeni obbligatori all'interno del flusso apparentemente libero del discorso, sono talmente completamente dispotici, che il parlante e l'uditore sono legati inconsciamente da qualcosa come una legge naturale».

(1959)

E ancora:

«Noi selezioniamo la natura secondo linee tracciate dalla nostra lingua madre, le categorie e i tipi che isoliamo del mondo dei fenomeni non li troviamo lì perché sono lì, dinanzi agli occhi di ogni osservatore; al contrario, il mondo è presentato in un caleidoscopico flusso di impressioni che deve essere organizzato nella nostra mente. Noi facciamo a pezzi la natura, la organizziamo in concetti, e questo fondamentalmente perché partecipiamo a un accordo di organizzarla in tal forma; un accordo che è accettato da tutta la nostra comunità linguistica ed è codificato negli schemi della nostra lingua. L'accordo è totalmente implicito e non dichiarato, ma le sue condizioni sono assolutamente obbligatorie; non possiamo in alcun modo parlare se non sottomettendoci all'organizzazione e alla classificazione dei dati che l'accordo impone. Questo fatto è molto significativo per la scienza moderna, perché significa che nessun individuo è libero di descrivere la natura con assoluta imparzialità, ma che è obbligato a interpretarla in qualche modo anche quando la si considera libera al massimo».

(Whorf, 1940)

A questa posizione di Whorf si è opposto con decisione un vasto gruppo di linguisti; tra tutti segnalo Louis Hjelmslev; si veda, ad esempio, Hjelmslev (1943, in particolare i capitoli 13, 15 e 21).

Ma non approfondisco qui questa controversia, sebbene qualcuno dovrebbe farlo. Gli effetti di questa contrapposizione in relazione con gli studi in didattica della matematica li considero più che evidenti.

Che cosa succede in questo scambio dialogico, in una situazione di insegnamento-apprendimento, assumendo che il conoscere è possibile e, come processo, dato in una pratica condivisa nella quale è in atto un lavoro che crea un uomo storico, frutto non solo di detto *lavoro*, ma anche delle sue origini culturali e sociali?

La complessità del fenomeno è evidente. Sarebbe opportuno dare esempi; ma, in attesa di analisi più profonde, specifiche ed esemplificative, mi limito a fare un riferimento al complesso di pratiche condivise che rispondono alla denominazione "dare una soluzione a una situazione problematica".

Per "situazione problematica" intendo non solo un testo, non solo le strategie risolutive, non solo le conoscenze matematiche coinvolte, ma il sistema di competenze reali, specifiche per tale problema, nel cui ambito si possa immaginare tutto quanto viene descritto dal significato semantico del testo che lo collega con le esperienze di ciascuno degli apprendenti (D'Amore, 1993, 2014).

Su queste esperienze (quelle che dopo si metteranno in atto durante il *lavoro*), segnalo i "fattori esperti" o, almeno, quelli che considero aventi un peso maggiore (una lista completa è impensabile):

- esperienza (questa già aprirebbe un mondo a sé);
- abitudine ad esprimere (oralmente e per iscritto) idee e azioni;
- capacità di crearsi rappresentazioni interne;
- capacità di proporre rappresentazioni esterne;
- competenza matematica adeguata;
- competenza linguistica adeguata;
- ...

6 La pratica d'aula: alcune osservazioni sui gruppi

Potrebbe essere interessante riflettere su alcune componenti delle pratiche d'aula, che sempre si citano; tra queste, il lavoro cooperativo per la sua valenza cognitiva forte (per esempio il lavoro in gruppo da parte degli allievi). Non si deve credere in un'unicità di interpretazione terminologica nemmeno in questo caso (D'Amore, Fandiño Pinilla, 2012).

Sono molteplici e profonde le analisi moderne su questa metodologia, per esempio gli studi che definiscono le *Relazioni cooperative nella scuola* (Dozza, 2006).

Per esempio, esistono varie accezioni di gruppo:

- **accezione sociologica:** il gruppo è un insieme di due o più individui orientati verso un unico obiettivo individuale; sociologia, statistica e diritto identificano nell'oggettività del compito e nella coesistenza fisica di ognuno degli individui e dei sottogruppi l'elemento significativo, ma non prendono in considerazione gli aspetti relazionali, di comunicazione, né le dinamiche emotive e affettive;
- **accezione antropologica:** il gruppo è un insieme di individui che si riconoscono in determinati valori, miti, tradizioni, cerimonie, rituali, sistemi di segni; l'antropologo si interessa alla cultura e al processo di inculturazione (cioè al trasferimento del patrimonio culturale da una generazione all'altra) e di acculturazione (identificata nell'ibridazione tra culture); qui l'individuo è sia un utente che un agente attivo della cultura; ogni soggetto agisce, crede e ritualizza e così mantiene viva la cultura alla quale appartiene; in più, accettando altri contesti culturali, modifica la sua cultura di origine;
- **accezione psicologia:** il gruppo è un insieme di tre o più individui che si riuniscono come gruppo e hanno tra loro relazioni di influenza reciproca; lo psicologo con-

centra la sua attenzione nelle relazioni, nelle comunicazioni e pertanto nel senso di appartenenza al gruppo; si parla di gruppo solo quando si stabiliscono, grazie a feedback, relazioni circolari; qui si studia con molta attenzione la relazione tra emittente e ricevente;

- **accezione analitica:** il gruppo è un insieme di tre o più individui che comunicano interagendo tra loro secondo una matrice comune interpersonale, secondo un sentire e un pensare progressivamente condiviso che si converte in patrimonio del gruppo; in questa accezione è necessaria una matrice di gruppo in cui le comunicazioni interpersonali trascendono l'individuo; ciò che qui interessa è la formazione di un pensiero condiviso;
- **accezione pedagogica:** un gruppo è un insieme di soggetti – persone che condividono contesti e relazioni rivolte a riconoscere e promuovere le potenzialità individuali nelle differenti età della vita; si tratta di una delle accezioni più vicine a quella che ci interessa; ma, secondo la pedagogia, tutti gli aspetti precedenti devono essere valorizzati dato che ognuno di questi contribuisce a creare l'identità stessa del gruppo e a studiare le dinamiche che lo caratterizzano; la pedagogia prende in considerazione tutti questi apporti al fine di creare una significativa pianificazione e una riflessione tra i membri del gruppo per raggiungere un'espansione, un arricchimento, una realizzazione di sé e soprattutto come strumento di orientamento verso il futuro; in questo senso, la formazione pedagogica riconduce i valori al soggetto-individuo-uomo-persona e al suo costituirsi come tale; per formare la base di questa costituzione si trovano valori diversi, come i principi fondamentali di libertà e uguaglianza, il riconoscimento e la valorizzazione delle diversità proprie e di quelle degli altri; tutto questo costituisce la base di un progetto esistenziale non solo per ognuno degli individui ma per tutta la società, sulla base della convivenza democratica e di un'emancipazione individuale; le condizioni di questa convivenza sono radicate nell'aperta critica sopra sé stessi, di tipo razionale, anti-dogmatica; notevole la collaborazione della pedagogia con le altre scienze;
- **accezione formativa:** il gruppo è un insieme di due o più soggetti-persone che stabiliscono relazioni di interdipendenza e coordinano le loro azioni e comunicazioni in contesti specifici con il fine di perseguire l'apprendimento e la co-costruzione delle identità, intelligenze e significati; è questa l'accezione che ha maggiore relazione con la didattica; l'attenzione qui si centra sul curriculum formativo e sopra le azioni, relazioni, comunicazioni, costruzioni e ri-costruzioni delle conoscenze a livello intra- e inter-soggettivo; gli studiosi di questa accezione osservano l'organizzazione dei contesti di apprendimento e di formazione, la interdipendenza e la responsabilità individuale all'interno del gruppo, il dominio di ognuna delle competenze sociali e l'esercizio delle abilità logiche, la ricostruzione personale di conoscenze e competenze, la motivazione intrinseca e la capacità di considerare il senso costruttivo dell'errore; la capacità di riflettere sull'esperienza vissuta è uno dei pilastri del gruppo di lavoro che permette una continua pianificazione che deve portare all'impegno di ognuno dei soggetti coinvolti che intervengono nel processo di insegnamento e apprendimento; tutto questo si presenta dando grande importanza alla continua ri-definizione dei contenuti, dei contesti e dei processi cognitivi ed emotivi.

Come si vede, definire che cosa è un gruppo, che cosa significa lavoro in una pratica condivisa, è problematico e complesso, ma sono stati fatti grandi passi in avanti, rispetto alle prime apparizioni di questa metodologia che appariva un po' confusa e ingenua. Oggi tutto questo è chiaro, tutto è categorizzato e formalizzato, e si basa sul concetto di lavoro realizzato in comune.

Voglio concludere ricordando la metodologia didattica della discussione in aula, nella quale il gruppo coincide con la classe; si tratta di un ottimo momento di attribuzione di significati personali e condivisi e di concetti tra docenti e allievi e tra allievi, che ha avuto proprio in didattica della matematica grande successo.

Segnalo anche che lo studio delle comunità di pratica che sviluppano la matematica, e pertanto principalmente le classi, sono state prese in seria considerazione negli ultimi anni come veri gruppi sociali, usando come strumento la sociologia, con risultati di grande interesse tanto teorico come pratico (Bagni & D'Amore, 2005; D'Amore, 2005; D'Amore & Godino, 2006; 2007; D'Amore, Font & Godino, 2007; 2008).

7 Conclusione

Essendo stato testimone fin dalla sua nascita della teoria dell'oggettivazione, ho sentito il dovere di prendere in considerazione, a distanza di oltre due decenni, alcuni termini usati da Luis Radford, per confrontarli con punti di vista personali, anche per riaffermare la loro complessità.

Su queste basi, ritengo di dimostrare che non esistono contraddizioni tra la teoria dell'oggettivazione e l'idea stessa di situazione, così come si presenta nella teoria delle situazioni didattiche. Sono sempre stato un fanatico sostenitore dell'unificazione delle teorie (Prediger, Bikner-Ahsbals & Arzarello, 2008; Radford, 2008), più che della loro proliferazione; a volte le crisi, le differenze, le rotture si verificano o, meglio, si evidenziano, perché non si ha la pazienza di cercare le radici ultime, vere, reali di ognuna delle teorie. Alla base dell'oggettivazione si trovano radici culturali e storiche degli individui e delle teorie; ma alla base della definizione delle situazioni elaborata da Guy Brousseau negli anni '70 del secolo scorso esistono anche radici epistemologiche e culturali che dobbiamo rispettare e tenere in conto. In più di un'occasione, Brousseau richiama l'attenzione sulla "immersione nelle didattiche specifiche delle differenti conoscenze" (Brousseau, 2008, p. 108) mettendo in evidenza il ruolo delle radici culturali. In fondo, in più, molte delle sue riflessioni sugli ostacoli epistemologici non sono altro che l'analisi culturale delle conoscenze che determinano il lavoro in aula.

Ma il discorso si fa complesso e merita un futuro studio specifico centrato su questo preciso argomento.

Ringraziamenti

Ringrazio Martha Isabel Fandiño Pinilla e Vicenç Font per i loro commenti a una versione precedente di questo lavoro, commenti che mi hanno permesso di esprimere più in profondità il senso delle mie riflessioni.

Nota

Nei giorni 17-20 gennaio 2017 si è svolto a Toronto (Canada) il *Segundo Coloquio Internacional de la Teoría de la Objetivación* diretto da Luis Radford. A seguito della conferenza invitata tenuta dall'autore di questo articolo, è stato presentato il testo: "Puntualizaciones y reflexiones sobre algunos conceptos específicos y centrales en la teoría semiótico cultural de la objetivación: objetivación, saber y ontología, conocer y gnoseología, labor, semántica, comunicación" che amplia il contenuto di quanto qui esposto. Tale testo verrà pubblicato nel corso del 2017 sulla rivista PNA (Granada, Spagna).

Bibliografia

- Bacone (1620). *Novum organum scientiarum*. New York: P. F. Collier [Traduzione inglese: 1900].
- Bagni, G. T. (2009). *Interpretazione e didattica della matematica. Una prospettiva ermeneutica*. Bologna: Pitagora.
- Bagni, G.T., & D'Amore, B. (2005). Epistemologia, sociologia, semiotica: la prospettiva socio-culturale. *La matematica e la sua didattica*. 1, 73-89.
- Brousseau, G. (2008). *Ingegneria didattica ed Epistemologia della Matematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, B. (1993). *Problemi. Pedagogia e psicologia della matematica nell'attività di problem solving*. Milano: FrancoAngeli. [Prefazione di G. Vérnaud; II ed. 1996; Traduzione spagnola: 1997: Madrid: Editorial Sintesis].
- D'Amore, B. (2001a). Corri, Achille, corri... Ovvero: come interpretare i paradossi. In B. D'Amore, *Scritti di Epistemologia Matematica*. 1980-2001, Bologna: Pitagora, 129-133.
- D'Amore, B. (2001b). Riflessioni sulla Caratteristica leibniziana. In B. D'Amore, *Scritti di Epistemologia Matematica*. 1980-2001, Bologna: Pitagora, 1-10.
- D'Amore, B. (2001c). Un contributo al dibattito su concetti e oggetti matematici: la posizione "ingenua" in una teoria "realista" vs il modello "antropologico" in una teoria "pragmatica". *La matematica e la sua didattica*. 1, 4-30.
- D'Amore, B. (2005). Pratiche e metapratiche nell'attività matematica della classe intesa come società. Alcuni elementi rilevanti della didattica della matematica interpretati in chiave sociologica. *La matematica e la sua didattica*. 3, 325-336.
- D'Amore, B. (2014). *Il problema di matematica nella pratica didattica*. Modena: Digital Index [Prefazioni di Gérard Vergnaud e Silvia Sbaragli. Versione su carte ed e-book].
- D'Amore, B. (2015). Saber, conocer, labor en didáctica de la matemática: una contribución a la teoría de la objetivación. *Isonomia, On-line Journal of Philosophy — Epistemologica*, numero, 151-171 [Numero tematico *Teaching and Learning Mathematics. Some Past and Current Approaches to Mathematics Education*. Disponibile in <http://isonomia.uniurb.it/epistemologica/>].
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2012). *Matematica, come farla amare. Miti, illusioni, sogni e realtà*. Firenze: Giunti Scuola [versione su carta ed e-book].
- D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., & Iori M. (2013). *Primi elementi di semiotica*. Bologna: Pitagora. [Traduzione spagnola: 2013, Bogotá: Magisterio].
- D'Amore, B., Font, V., & Godino, D. J. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Paradigma*, 38(2), 49-77 [Traduzione italiana: D'Amore, B., Font, V., & Godino, D. J. (2008). La dimensione metadidattica dei processi di insegnamento e di apprendimento della matematica. *La matematica e la sua didattica*, 22(2), 207-235].

- D'Amore, B., & Godino, D. J. (2006). Punti di vista antropologico ed ontosemiotico in didattica della matematica. *La matematica e la sua didattica*, 1, 9-38.
- D'Amore, B., & Godino, D. J. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en Didáctica de la Matemática. *Relime*, 10(2), 191-218.
- D'Amore, B., & Matteuzzi, M. (1972). Generalizzazione della "consequentia mirabilis" nelle logiche polivalenti. *Lingua e stile*, 7(2), 343-372.
- D'Amore, B., & Radford, L. (2017). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos*. Bogotá: Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- D'Amore, B., Radford, L., & Bagni, G. T. (2007). *Obstáculos epistemológicos y perspectiva socio-cultural de la matemática*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia [Colección "Cuadernos del Seminario en educación"].
- Descartes, R. (1637). *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison, et chercher la vérité dans les sciences Plus la Dioptrique, les Meteores, et la Geometrie qui sont des essais de cete (cette) Methode*. Roma: Armando. (Edizione italiana: 1999).
- Diels, H., & Kranz, W. (1903-1952). *Die Fragmente der Vorsokratiker*. Berlino: Varias editoriales.
- Dozza, L. (2006). *Relazioni cooperative a scuola*. Trento: Erickson.
- Dupré, L. (1983). *Marx's social critique of culture*. New Haven: Yale University Press.
- Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Science Cognitives*, 5, 37-65.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.
- Engels, F. (1956). *Dialettica della Natura*. Roma: Editori Riuniti.
- Font, V., Godino, D. J., & D'Amore, B. (2007). An onto-semiotic approach to representations in mathematical education. *For the learning of mathematics*, 27(2), 2-7 e 14.
- Hjelmslev, L. (1943). *I fondamenti della teoria del linguaggio*. Torino: Einaudi. [Edizione italiana: 1968; edizione originale :1943, Copenhagen: Akademisk forlag].
- Leibniz, G. W. (1704). *Nuovi Saggi sull'intelletto umano*. Roma: Editori Riuniti. [Traduzione italiana: 1982].
- Leibniz, G. W. (1714). *Principi della natura e della grazia fondati sulla ragione*. Padova: Liviana. [Traduzione italiana: 1966].
- Leibniz, G. W. (1781). *Critica della ragion pura*. Torino: Utet. [Traduzione italiana: 2005].
- Locke, J. (1690). *An Essay Concerning Human Understanding*. London. Bari: Laterza. [Traduzione italiana: 1988].
- Łukasiewicz, L. (1951). *Aristotle's Syllogistic form the Standpoint of Modern Formal Logic*. Oxford: Clarendon Press.
- Łukasiewicz, L. (1970). *Selected Works*. Amsterdam-London: Publishing Company.
- Marx, K. (1870). *Introducción a la crítica de la economía política*. México: Ediciones Pasado y Presente. [Traduzione spagnola: 1973].
- Pasquinelli, A. (Ed.) (1969). *Il neoempirismo*. Torino: UTET.
- Platone (1997). *Tutti gli scritti* (a cura di G. Reale). Milano: Bompiani.
- Prediger, S., Bikner-Ahsbahs, A., & Arzarello, F. (2008). Networking strategies and methods for connecting theoretical approaches: first steps towards a conceptual framework. *ZDM Mathematics Education*, 40, 165-178.
- Radford, L. (1997). On Psychology, Historical Epistemology and the Teaching of Mathematics: Towards a Socio-Cultural History of Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 17(1), 26-33.
- Radford, L. (2002). The Seen, the Spoken and the Written: a Semiotic Approach to the problem of Objectification of Mathematical Knowledge. *For the Learning of Mathematics*, 22(2), 14-23.

- Radford, L. (2003). Gestures, Speech, and the Sprouting of Signs: A Semiotic-Cultural Approach to Students' Types of Generalization. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37-70.
- Radford, L. (2004). Cose sensibili, essenze, oggetti matematici ed altre ambiguità. *La matematica e la sua didattica*, 1, 4-23.
- Radford, L. (2005). La generalizzazione matematica come processo semiotico. *La matematica e la sua didattica*, 2, 191-213.
- Radford L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. In L. Radford & B. D'Amore (eds.) (2006). *Semiotics, Culture and Mathematical Thinking. Relime*, special issue 2006, 103-129 [Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking, in inglese, francese e spagnolo]. Disponibile in http://www.luisradford.ca/pub/56_Relime_semiotics_06PP15_7313.pdf.
- Radford L. (2011). La evolución de paradigmas y perspectivas en la investigación. El caso de la didáctica de las matemáticas. In: J. Vallès, D. Álvarez, R. Rickenmann (eds.). *L'activitat docente: intervenció, innovació, investigació*, Girona (Spain): Documenta Universitaria, pp. 33-49.
- Radford, L. (2008). Connecting theories in mathematics education: challenges and possibilities. *ZDM Mathematics Education*, 40, 317-327.
- Radford, L. (2013a). Three Key Concepts of the Theory of Objectification: Knowledge, Knowing, and Learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 7-44.
- Radford, L. (2013b). De la teoría de la objetivación. Conferencia inaugural del XIV Congreso Colombiano de Matemática Educativa, Barranquilla, Colombia, Octubre 9-11.
- Santucci, A. (Ed.) (1970). *Il pragmatismo*. Torino: UTET.
- Togliatti, P. (1954). Da Hegel al marxismo. *Rinascita*, 11, 254-256, 336-339, 387-393.
- Tommaso (1990). *Summa theologiae*. Bologna: ESD (traduzione italiana).
- Turco, L. (1974). *Dal sistema al senso comune*. Bologna: Il Mulino.
- Vailati, G. (1911). A proposito di un passo del Teeteto e d'una dimostrazione d'Euclide. In G. Vailati, *Scritti di Giovanni Vailati*, XCV. Leipzig: J. A. Barth & Firenze: Successori B. Seeber, 516-527.
- Williams, B., & Montefiore, A. (1966). *British Analytical Philosophy*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Whorf, Benjamin Lee. *Science and linguistics*. Bobbs-Merrill, 1940.
- Whorf, Benjamin Lee. *Linguistics as an Exact Science: New Ways of Thinking, Hence of Talking, about Facts Vastly Alter the World of Science, Emphasizing the Need for Investigation of Language*. MIT Press, 1940.
- Whorf, B. (1970). *Linguaggio, pensiero e realtà*. Torino: Boringhieri. (Edizione originale: 1956, Cambridge University Press).

Traduzione dallo spagnolo all'italiano di Gemma Carotenuto.

Autore / Bruno D'Amore

DIE, Doctorado Interinstitucional en Educación, Universidad Distrital Francisco J. de Caldas, Bogotá
bruno.damore@unibo.it